

## Prof. Dr. Alfred Toth

### Zu einer semiotischen Topos-Theorie

1. Abstrahiert man Mengen und Elemente zu Objekten und Abbildungen (Morphismen), so gelangt man zu Kategorien. Man hat dann aber immer noch „unaufgelöste“ substantielle Etwase in einer ansonsten rein relationalen bzw. funktionalen Darstellung. Abstrahiert man schliesslich von den Objekten und baut also die Mathematik auf „Pfeilen“ auf, so gelangt man zur Topostheorie (vgl. Goldblatt (1984)). Der doppelte Übergang von der Mengentheorie zur Kategorietheorie und von der Kategorietheorie zur Topostheorie entspricht in der Linguistik in etwa dem Übergang vom Strukturalismus zum Stratifikationalismus und vom Stratifikationalismus zur Semiotisch-Relationalen Grammatik (Toth 1997).

2. Wir schlagen folgende semiotische Pfeil-Matrix vor:

	1	2	3
1	$\text{id}_{1.3}$	$\alpha_1$	$\alpha_3$
2	$\alpha_1^{\circ}$	$\text{id}_{1.2}$	$\alpha_2$
3	$\alpha_3^{\circ}$	$\alpha_2^{\circ}$	$\text{id}_{2.3}$

Die Pfeile sind wegen der Kontexturenzahlen eindeutig, auch wenn die komponierten Morphismen unbezeichnet geblieben sind:

$$\alpha_3 = \beta\alpha, \beta = (2 \rightarrow 3).$$

Danach lässt sich nun sämtliche semiotischen statisch-dynamischen Relationen völlig substanzfrei darstellen; das System der 10 Peirceschen Zeichenklassen präsentiert sich wie folgt:

$$\begin{array}{ll} [\alpha_3^{\circ}, \alpha_1^{\circ}, \text{id}_{1.3}] & [\alpha_3^{\circ}, \alpha_2, \alpha_3] \\ [\alpha_3^{\circ}, \alpha_1^{\circ}, \alpha_1] & [\alpha_2^{\circ}, \text{id}_{1.2}, \alpha_1] \end{array}$$

$$[\alpha_3^0, \alpha_1^0, \alpha_3] \quad [\alpha_2^0, \text{id}_{1,2}, \alpha_3]$$

$$[\alpha_3^0 \text{id}_{1,2}, \alpha_1] \quad [\alpha_2^0, \alpha_2, \alpha_3]$$

$$[\alpha_3^0, \text{id}_{1,2}, \alpha_3] \quad [\text{id}_{2,3}, \alpha_2, \alpha_3]$$

Die dualen Realitätsthematiken werden also ganz einfach dadurch gebildet, dass die Reihenfolge der Morphismen der Zeichenklassen umgekehrt und die Dyaden dualisiert werden, z.B.:

$$\times(3.1 \ 2.3 \ 1.3) = (3.1 \ 3.2 \ 1.3) \rightarrow$$

$$\times[\alpha_3^0, \alpha_2, \alpha_3] = [\alpha_3^0, \alpha_2^0, \alpha_3].$$

3. Der Vorteil an dieser rein substantiellen Darstellung ist, dass sich so nicht nur relationale, sondern auch kontexturale Schnitte zwischen den Zeichenklassen und Realitätsthematiken aufzeigen lassen; z.B.:

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.1) \cup (3.1 \ 2.1 \ 1.2) = (3.1, 2.1)$$

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.3) \cup (3.1 \ 2.1 \ 1.2) = (3.1, 2.1)$$

Topos-Notation:

$$[\alpha_3^0, \alpha_1^0, \text{id}_{1,3}] \cup_K [\alpha_3^0, \alpha_1^0, \alpha_1] = \text{id}_{1,3} \supset (\alpha_1^0, \alpha_3)$$

$$[\alpha_3^0, \alpha_1^0, \alpha_3] \cup_K [\alpha_3^0, \alpha_1^0, \alpha_1] = (\alpha_3^0, \alpha_3)$$

Wir dürfen umgekehrt fragen: Können zwei Zeichenrelationen zusammenhängen, wenn sie in verschiedenen Kontexturen liegen? Das wäre doch wohl nur dann der Fall, wenn sich die Kontexturen gerade an jenem bestimmten Orte schneiden. Umgekehrt: Bedürfen wir wirklich gemeinsamer (statischer) Subzeichen, um Zeichenzusammenhang zu formulieren?

## Bibliographie

Goldblatt, Robert, Topoi. North Holland 1984

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

5.12.2010